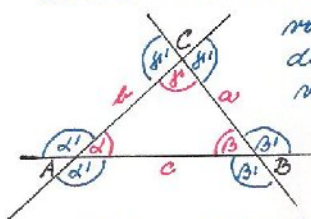


3. Trojúhelník

- **TROJÚHELNÍK** (přímka 3 polopřímky/úsečnych 3 různými body neličícími v jedné přímce)
 $\triangle ABC = \mapsto ABC \cap \mapsto ACB \cap \mapsto BCA$

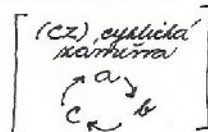


vrcholy ... A, B, C strany ... AB, AC, BC
 délky stran $|AB|=c, |AC|=b, |BC|=a$
 vnitřní úhly (konvenční) ... $\angle BAC, \angle ABC, \angle ACB$
 velikosti vnitřních úhlů $|\angle BAC|=\alpha, |\angle ABC|=\beta, |\angle ACB|=\gamma$
 $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (součet vnitřních úhlů je přímý úhel)
 vnější úhly ... α', β', γ' $\alpha + \alpha' = 180^\circ, \beta + \beta' = 180^\circ, \gamma + \gamma' = 180^\circ$

- velikost vnějšího úhlu je rovna součtu velikostí vnitřních úhlů při sousedících vrcholech
 $\alpha' = \beta + \gamma, \beta' = \alpha + \gamma, \gamma' = \alpha + \beta$
 [můžeme $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$ sm. přímo strany a úhly]

- **TROJÚHELNÍKOVÁ NEROVNOST** (součet každých 2 stran Δ je větší než strana třetí)
 $a + b > c, a + c > b, b + c > a$

- lze napravit jediným vztahem: $|b - c| < a < |b + c|$ (CZ)



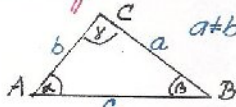
- **VZTAHY MEZI STRANAMI A ÚHLY**

- proti shodným stranám leží shodné vnitřní úhly
- proti větší straně leží větší úhel a naopak

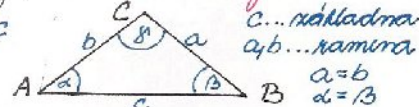
- **TYPY Δ**

- **PODLE DÉLEK STRAN**

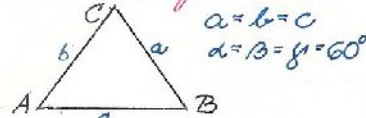
obecný (nirůžstranný)



normostranný



normostranný

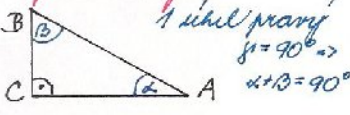


- **PODLE VELIKOSTI VNITŘNÍCH ÚHLŮ**

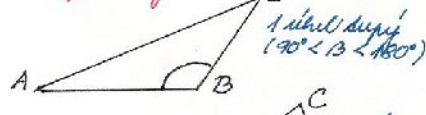
ostrohý



pravoúhlý

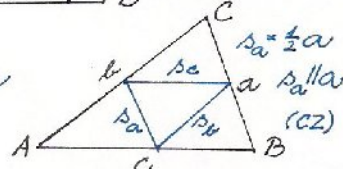


tupoúhlý



- **STŘEDNÍ PŘÍČKA Δ** : úsečka spojující středy 2 stran Δ

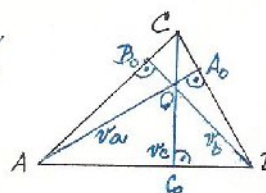
- je rovnoběžná s tou stranou Δ , jejíž středy nespojuje
- délka je rovna 1/2 délky strany, s níž je ||



- **VÝŠKA Δ** : úsečka spojující vrchol

a PATU KOLMICE vedenou tímto vrcholem

- průsečík výšek O - tzv. ortocentrum



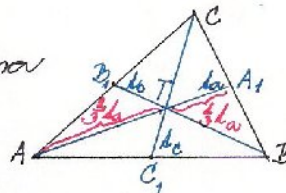
v_a, v_b, v_c ... výšky
 A_0, B_0, C_0 ... paty kolmic
 (X bodů A, B, C)

- **TĚŽNICE Δ** úsečka spojující vrchol

a STŘED PROTĚŽENÍ STRANY

- průsečík těžnic T - tzv. těžiště

- vzdálenost T od vrcholů Δ je rovna 2/3 délky příslušné těžnice



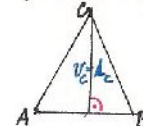
$|AT| = \frac{2}{3} l_a$ (CZ)
 $|A_1T| = \frac{1}{3} l_a$

- **POZN.**

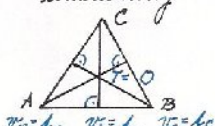
- **tupoúhlý**



- **normostranný**



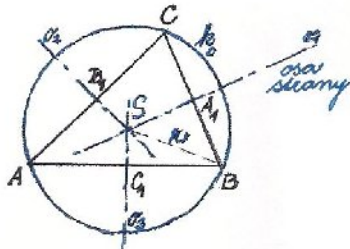
- **normostranný**



- KRUŽNICE TROJÚHELNÍKU

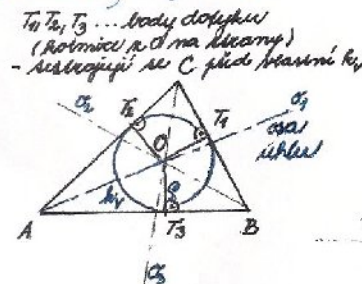
- OPSANÁ

střed S : průsečík
OS STRAN
poloměr r



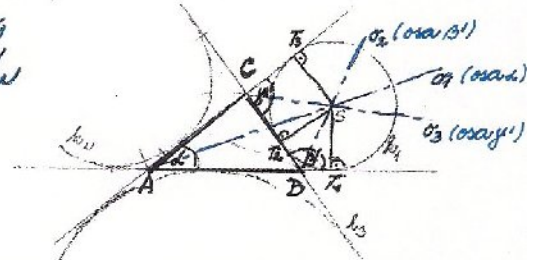
- VEPSANÁ

střed O : průsečík
OS ÚHLŮ
poloměr ρ ($\rho = \frac{1}{2}OT_1$)



- PŘÍPSANÁ

střed S : průsečík OS
VNITŘ. ÚHLŮ a OS KONTINGENTNÍCH
a SOUSEDNÍCH VNĚJŠÍCH ÚHLŮ
(existují 3 ke každé kruž.)



- SHODNOST Δ $\Delta ABC \cong \Delta KLM$

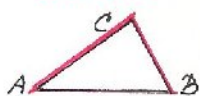
- při zápisu přeložíme vrcholy v odpovídajícím pořadí (při přeměnění přejde bod $A \rightarrow K, B \rightarrow L, C \rightarrow M$), při konstrukci Δ je hlavní o sestavení shodného Δ se zadáním

- VĚTY O SHODNOSTI Δ

Dva Δ jsou SHODNÉ $\Leftrightarrow$ se shodují

- ve všech
3 stranách

VĚTA SSS



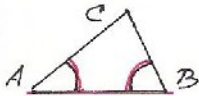
- ve 2 stranách
a úhlu jimi svřetném

VĚTA SAS



- ve 1 straně a úhlu
přilehlých k této straně

VĚTA ASA



- ve 2 stranách a úhlu
proti němuž leží

VĚTA SSA



- PODOBNOST Δ $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ (pořadí vrcholů v odpovídajícím pořadí)

- $\Delta A'B'C'$ je podobný $\Delta ABC \Leftrightarrow \exists k > 0$ (koef. podobnosti, poměr podobnosti $\Delta A'B'C'$ a ΔABC) pro které platí:

$$|A'B'| = k |AB| \quad c' = k c$$

$$|A'C'| = k |AC| \quad b' = k b$$

$$|B'C'| = k |BC| \quad a' = k a$$

$$\text{Tedy: } k = \frac{a'}{a} = \frac{b'}{b} = \frac{c'}{c}$$

- ke prav: $\frac{c'}{a'} = \frac{c}{a} \quad \frac{b'}{c'} = \frac{b}{c} \quad \frac{a'}{b'} = \frac{a}{b} \quad a':b':c' = a:b:c$

2 Δ jsou si podobné $\Leftrightarrow$ poměr každých 2 stran jednoho Δ se rovná poměru délek příslušných stran druhého Δ

- pokud $k > 1 \Rightarrow$ ZVĚŠENÍ $k = 1 \Rightarrow$ ROVNOST $k < 1 \Rightarrow$ ZMENŠENÍ

- TRANZITIVNOST: $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ a koef. pod. k a $\Delta A''B''C'' \sim \Delta A'B'C'$ koef. pod. $l \Rightarrow \Delta A''B''C'' \sim \Delta ABC$ a koef. podob. kl

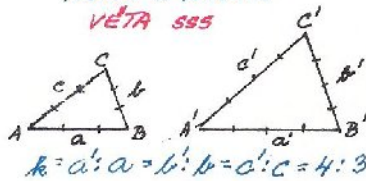
- INVERZE: $\Delta A'B'C' \sim \Delta ABC$ a koef. podob. $k \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$ a koef. $\frac{1}{k}$

- VĚTY O PODOBNOSTI Δ

Dva Δ jsou PODOBNÉ $\Leftrightarrow$ se shodují

- v poměru délek
všech 3 stran

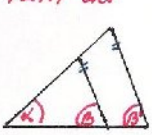
VĚTA SSS



$$k = a':a = b':b = c':c = 4:3$$

- ve 2 úhlech

VĚTA UU



$$\alpha = \alpha' \quad \beta = \beta'$$

- v poměru délek 2 stran
a úhlu jimi svřetném

VĚTA SAS



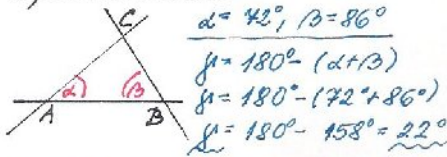
$$\alpha = \alpha' \quad k = b':b = c':c = 4:3$$

- v podobných Δ jsou odpovídající TĚŽNICE, VÝŠKY, POLOHÉR KRUŽNICE OPSANÉ I VEPSANÉ v TĚŽE POMEŘU jako délky odpovídajících si stran

Příklady

- ① jsou dány úhly o velikostech 72° a 86° . určete velikosti vnějších a vnitřních úhlů Δ , jsou-li dány úhly

a) oba vnitřní



$$\alpha = 72^\circ, \beta = 86^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta)$$

$$\gamma = 180^\circ - (72^\circ + 86^\circ)$$

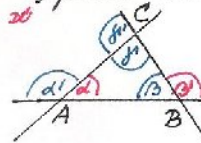
$$\gamma = 180^\circ - 158^\circ = 22^\circ$$

$$\alpha' = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

$$\beta' = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$$

$$\gamma' = 180^\circ - \gamma = 180^\circ - 22^\circ = 158^\circ$$

b) první vnitřní a druhý vnější



$$\alpha = 72^\circ, \beta' = 86^\circ$$

$$\alpha' = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - \beta' = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - (72^\circ + 94^\circ) = 180^\circ - 166^\circ = 14^\circ$$

$$\gamma' = 180^\circ - \gamma = 180^\circ - 14^\circ = 166^\circ$$

c) první vnější a druhý vnitřní



$$\alpha' = 72^\circ, \beta = 86^\circ$$

$$\alpha = 180^\circ - \alpha' = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

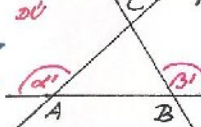
$$\beta' = 180^\circ - \beta = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$$

$$\gamma = 180^\circ - (108^\circ + 86^\circ)$$

$> 180^\circ$ NEZDE

$\Rightarrow$ ÚLOHA NEMÁ ŘEŠENÍ

d) oba vnější



$$\alpha' = 72^\circ, \beta' = 86^\circ$$

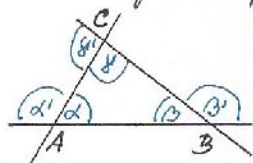
$$\alpha = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$$

$$[\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 180^\circ - (108^\circ + 94^\circ) > 180^\circ \text{ NEZDE}]$$

$\Rightarrow$ ÚLOHA NEMÁ ŘEŠENÍ

- ② Vnitřní úhly Δ mají velikosti v poměru 2:3:5. v jakém poměru jsou velikosti jeho vnějších úhlů?



$$\alpha : \beta : \gamma = \frac{2}{10} : \frac{3}{10} : \frac{5}{10}$$

vyp. vnitřní $\Rightarrow$ vnější $\Rightarrow$ dáme do poměru

$$\alpha = \frac{180^\circ}{10} \cdot 2 = 36^\circ \Rightarrow \alpha' = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$$

$$\beta = \frac{180^\circ}{10} \cdot 3 = 54^\circ \Rightarrow \beta' = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$$

$$\gamma = \frac{180^\circ}{10} \cdot 5 = 90^\circ \Rightarrow \gamma' = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\begin{aligned} \alpha' : \beta' : \gamma' &= 144 : 126 : 90 \\ &= 144 : 126 : 90 \quad \text{KRÁTÍM} \\ &= 48 : 42 : 30 \\ &= 8 : 7 : 5 \end{aligned}$$

$$[\text{NEBO } 1 \text{ díl } \dots \frac{180^\circ}{10} = 18^\circ]$$

$$\Rightarrow \alpha = 2 \cdot 18^\circ = 36^\circ, \dots$$

$$\alpha' : \beta' : \gamma' = 8 : 7 : 5$$

- ③ mezi vnitřními úhly Δ platí $\alpha = 2\beta$, $\beta = 3\gamma$. určete γ .

$$\begin{aligned} \alpha &= 2\beta = 2 \cdot 3\gamma = 6\gamma \\ \beta &= 3\gamma \\ \alpha + \beta + \gamma &= 180^\circ \end{aligned}$$

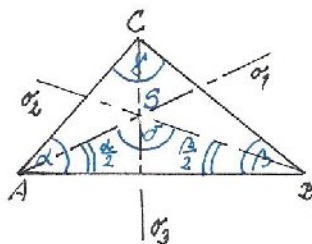
$$\begin{aligned} \alpha + \beta + \gamma &= 180^\circ \\ 6\gamma + 3\gamma + \gamma &= 180^\circ \\ 10\gamma &= 180^\circ \\ \gamma &= 18^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta &= 3\gamma \\ \beta &= 3 \cdot 18^\circ \\ \beta &= 54^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= 6\gamma \\ \alpha &= 6 \cdot 18^\circ \\ \alpha &= 108^\circ \end{aligned}$$

$$\left[\begin{array}{r} \text{KONTROLA} \\ 18 \\ 54 \\ 108 \\ \hline 180 \end{array} \right]$$

- ④ dva vnitřní úhly ΔABC se protínají v jednom bodě S. Vypočítejte velikost úhlu $\sigma = |\angle ASB|$ pomocí úhlů $\gamma = |\angle ACB|$.



$$\sigma = |\angle ASB|$$

$$\sigma = 180^\circ - \left(\frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} \right)$$

$$\sigma = 180^\circ - \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\sigma = 180^\circ - \frac{180^\circ - \gamma}{2}$$

$$\sigma = \frac{360^\circ - (180^\circ - \gamma)}{2} = \frac{(180^\circ + \gamma)}{2} = \frac{180^\circ}{2} + \frac{\gamma}{2} = 90^\circ + \frac{\gamma}{2}$$

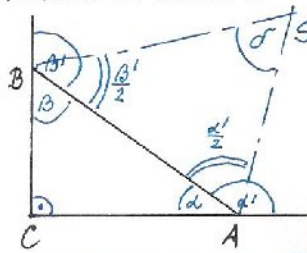
$$\left[\sigma = 180^\circ - \left(90^\circ - \frac{\gamma}{2} \right) = 90^\circ + \frac{\gamma}{2} \right]$$

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$\alpha + \beta = 180^\circ - \gamma$$

$$\frac{\alpha + \beta}{2} = \frac{180^\circ - \gamma}{2} \quad \left(= \frac{180^\circ}{2} - \frac{\gamma}{2} = 90^\circ - \frac{\gamma}{2} \right)$$

- ⑤ Dány vnější úhly pravohákového $\triangle ABC$ ($\angle C = 90^\circ$) při vrcholech A, B se protínají v bodě S. Určete velikost konvenčního úhlu ACB.



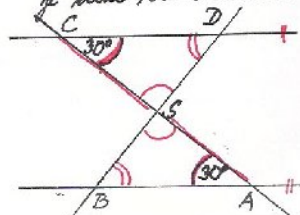
[když víš i jinou mp.]

$$\begin{aligned} \sigma &= |\angle ASB| \\ \sigma &= 180^\circ - \left(\frac{\alpha'}{2} + \frac{\beta'}{2} \right) \\ \sigma &= 180^\circ - \frac{\alpha' + \beta'}{2} \\ \sigma &= 180^\circ - 135^\circ \\ \sigma &= 45^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= 90^\circ \rightarrow \alpha + \alpha' = 180^\circ \\ \alpha' &= 180^\circ - \alpha \\ \alpha' + \beta' &= 360^\circ - 90^\circ \\ \alpha' + \beta' &= 270^\circ \\ \frac{\alpha' + \beta'}{2} &= 135^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta + \beta' &= 180^\circ \\ \beta' &= 180^\circ - \beta \\ \alpha' + \beta' &= 180^\circ - \alpha + 180^\circ - \beta \\ \alpha' + \beta' &= 360^\circ - \alpha - \beta \\ \alpha' + \beta' &= 360^\circ - 90^\circ \\ \alpha' + \beta' &= 270^\circ \end{aligned}$$

- ⑥ Bod S je středem úsečky AC a body B, S, D leží v téže přímce. Dokažte, že bod S je také středem úsečky BD.



$$|\angle C| = |\angle A| \Rightarrow CD \parallel AB$$

S střed AC

$$|CS| = |AS|$$

$$|\angle CSD| = |\angle ASB|$$

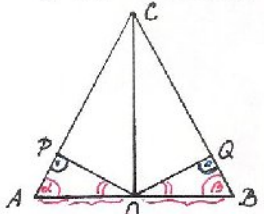
$$|\angle BAS| = |\angle DCS| = 30^\circ$$

$$\triangle ASB \cong \triangle CSD \text{ (usu)}$$

$$\Rightarrow |BS| = |DS|$$

$$\Rightarrow S \text{ střed úsečky BD}$$

- ⑦ Je dán rovnoramenný $\triangle ABC$, bod O je středem základny AB. Bodem O jsou vedeny kolmice k ramenům AC a BC, jejich paty jsou P, Q. Dokažte, že $\triangle AOP \cong \triangle BOQ$.



$$|AO| = |BO| \text{ (O střed AB) (s)}$$

$$|\angle APO| = |\angle BQO| = 90^\circ \text{ (u)}$$

$$|\angle PAO| = |\angle QBO| \text{ (u)}$$

$$|\angle AOP| = |\angle BOQ| = 90^\circ - \alpha \text{ (u)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$|\angle APO| = |\angle BQO| = 90^\circ - \alpha \text{ (u)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

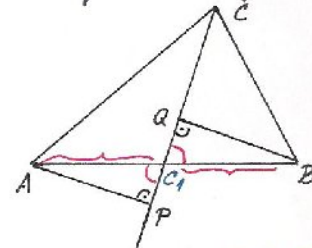
$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

$$\triangle APO \cong \triangle BQO \text{ (usu)}$$

- ⑧ Je dán $\triangle ABC$, l je přímka, v níž leží střed C daného $\triangle$. Dokažte, že body A a B mají od přímky l stejnou vzdálenost.



$$\text{vzd. A (B) od } l \Rightarrow \text{kolmice na } l \text{ bodem A (B)} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{páry P, Q} \Rightarrow |AP| = |BQ|, |BP| = |AQ|, \text{ tedy musíme}$$

$$\text{dokažet, že } |AP| = |BQ| \Rightarrow \text{dokaž. shodnost } \triangle ACQ, \triangle BCP$$

$$C \text{ střed AB} \Rightarrow |AC| = |BC| \text{ (s)}$$

$$|\angle ACP| = |\angle BCQ| \text{ (u)}$$

$$|\angle APC| = |\angle BQC| = 90^\circ \text{ (u)}$$

$$\triangle ACP \cong \triangle BCQ \text{ (usu)}$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

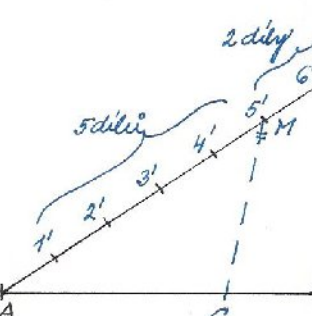
$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

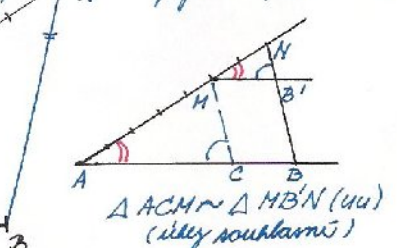
$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

$$\Rightarrow |AP| = |BQ| \Rightarrow |AP| = |BQ|$$

- ⑨ Rameno úsečky AB rozdělí bodem C tak, aby platilo $|AC| : |CB| = m : n$ (5:2).



spevárná konstrukce
plyne k podobn. $\triangle$



$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

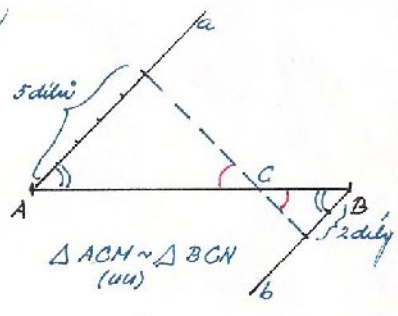
$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$



$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

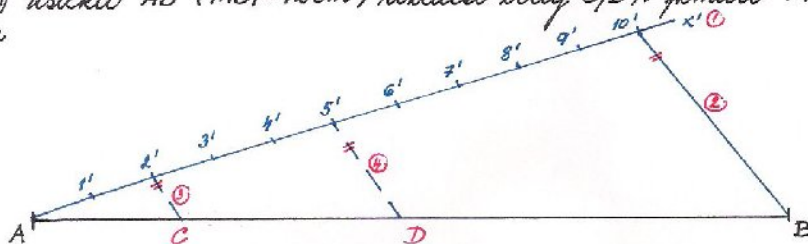
$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

$$\triangle ACM \sim \triangle MBN \text{ (uu)}$$

- 10) úsečka AB ($|AB| = 12 \text{ cm}$) rozdělí body C, D v poměru $|AC| : |CD| : |DB| = 2 : 3 : 5$
1.92 10 dílů



POSTUP: ① → ③ → ③ → ④

- 11) včítu skutečné rozměry, jehliček na plánu v měřítku 1:5000 mají délky
a) 32,5 mmv by 4,1 cm

plán: skuteč. = plán: skuteč.
 $1 : 5000 = 32,5 : x \text{ (mm)}$ POZOR NA JEDNOTKY!
 $\frac{1}{5000} = \frac{32,5}{x} \cdot 1,5000x$
 $x = 32,5 \cdot 5000 \text{ mmv}$
 $x = 162500 \text{ mmv} = 162,5 \text{ mv}$

plán: skuteč. = plán: skuteč.
 $1 : 5000 = 4,1 \text{ (cm)} : x \text{ (cmv)}$
 $\frac{1}{5000} = \frac{4,1}{x}$
 $x = 4,1 \cdot 5000 \text{ mmv}$
 $x = 4,1 \cdot 5 \text{ m} = 20,5 \text{ mv}$

- 12) včítu měřítka mapy, jehliček 4,6 kmv, ve skutečnosti ji na mapě zakresleno
1.48 jako 32 mmv.

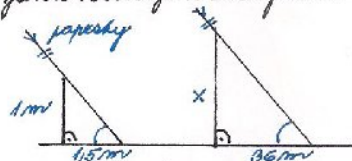
plán: skuteč. = plán: skuteč.
 $1 : x = 32 \text{ mmv} : 1600000$
 $\frac{1}{x} = \frac{32}{1600000}$

$1600000 = 32x \quad | : 32$

$x = \frac{1600000}{32} = \frac{100000}{2} = 50000$

MĚŘÍTKO 1:50000

- 13) Průřez mletová kupa vzhledu jako stín 150 cm dlouhý. Vypočítej výšku sloupu, jehož stín je ve stejném okamžiku dlouhý 36 m.

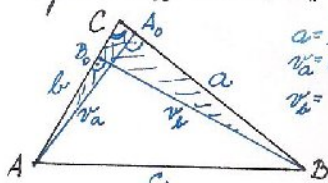


podobné Δ (uv) - pram. úhel + úhel souhlasný

$\frac{x}{1} = \frac{36}{1,5}$
 $1,5x = 36$

$x = \frac{36}{1,5}$
 $x = 24 \text{ mv}$

- 14) včítu délky stran a, b ΔABC , je-li strana a o 4 cm delší než strana b ,
výška $v_a = 6 \text{ cm}$, výška $v_b = 9 \text{ cm}$.



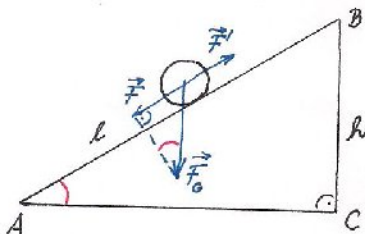
$a = b + 4$
 $v_a = 6 \text{ cm}$
 $v_b = 9 \text{ cm}$

1. (uv) k rovnosti S_{Δ}
 $\frac{1}{2} a v_a = \frac{1}{2} b v_b$
 $a v_a = b v_b$
 $(b + 4) \cdot 6 = 9b$
 $6b + 24 = 9b$

$3b = 24$
 $b = 8 \text{ cm}$
 $a = b + 4$
 $a = 12 \text{ cm}$

2. (uv) $\Delta AA_0C \sim \Delta BB_0C$ (uv) (pram. úhel, úhel při vrcholu C)
 $\frac{v_a}{b} = \frac{v_b}{a}$ nebo $\frac{v_a}{v_b} = \frac{b}{a}$
 $\frac{6}{9} = \frac{b}{a}$ (viz 1. zp.)
 $6a = 9b$

- 15) Paul o hmotnosti 150 kg je třeba valit do výšky 110 cm po šikmé desce délky 4,2 m. Jaké síly je k tomu zapotřebí?



musíme působit silou $\vec{F}_l$ (nikoliv jako $\vec{F}$, ale opačně, směrem)



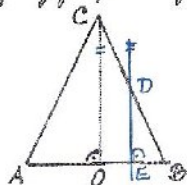
$\frac{l}{h} = \frac{F_g}{F}$ [$! 110 \text{ cm} = 1,1 \text{ m}$]

$F_l = F_g \frac{h}{l}$
 $F = \frac{F_g h}{l} = \frac{mgh}{l}$

$F = \frac{150 \cdot 10 \cdot 1,1}{4,2} \text{ N} = 750 \text{ N}$

[mno pomocí mech. práce ($W = F_s$)
 $W_{AB} = W_{CB} \Leftrightarrow F_l = F_g \frac{h}{l}$]

- 16) V rovnoramenném $\triangle ABC$ je středem D ramene BC kolmice k základně AB .
 17) Je-li E bodem, ke kterému $|AE| = \frac{2}{3}|AB|$.



Podmínka $C \parallel DE$, O střed AB
 $\triangle COB \sim \triangle DEB$ (MH) $\Rightarrow \frac{|BE|}{|BO|} = \frac{|BD|}{|BC|} = \frac{1}{2} \Rightarrow |BE| = \frac{1}{2}|BO| = \frac{1}{4}|AB|$

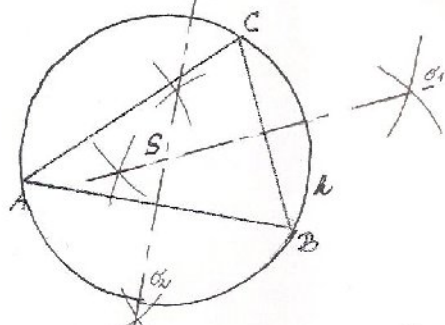
$|AE| = |AB| - \frac{1}{2}|BO| = |AB| - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}|AB| = |AB| - \frac{1}{4}|AB| = \frac{3}{4}|AB|$

obd.
(což bylo dožadováno)

- 17) Postrojte kružnici $\triangle ABC$

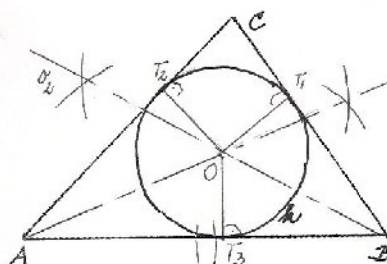
a) opřanou

- střed O je průsečík OS STRAN



b) vepsanou

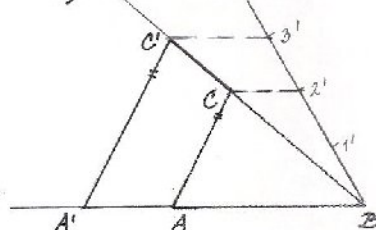
- střed O je průsečík OS ÚHLŮ



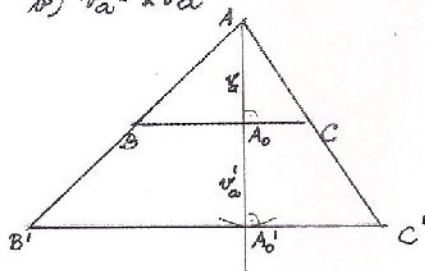
! nejprve
obecně
dostaneme
 T_1, T_2, T_3
 $\Rightarrow$ kružnici!

- 18) Postrojte $\triangle A'B'C'$ podobný $\triangle ABC$ tak, aby

a) $|B'C'| = \frac{2}{3}|BC|$

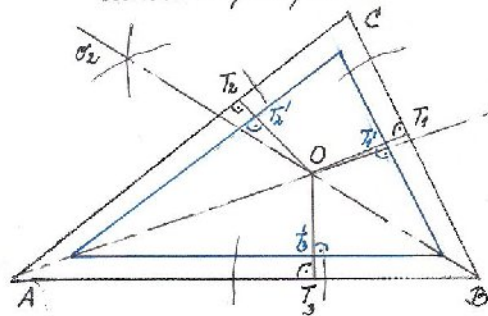


b) $v_a' = 2v_a$



c) $\rho' = \frac{2}{3}\rho$

(ρ, ρ' ... poloměry
kružnic vepsaných)



využití podobnosti [stejnolehlosti $\mathcal{H}(A_0; \kappa = 2)$]

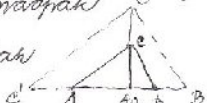
1. $\triangle ABC$, $B' = B$
2. úsečku BC rozdělit
v poměru 3:2
 $C' \in BC \rightarrow AC$
3. μ $\parallel AC$ podél C'
4. $A' \in \mu \cap BA \cap \mu$

nebo dáte (s. částí klamné
na shod. konstrukci)

využití podobnosti [stejnolehlosti $\mathcal{H}(A; \kappa = 2)$]

[v podob. $\triangle$ jsou odpovídající strany, výšky,
poloměry kružnic, úhly a úhly v dané
poměru jako délky odpovídajících stran
a úhly]

- lze i jinak



využití podobnosti [stejnolehlosti $\mathcal{H}(O; \kappa = \frac{2}{3})$]

